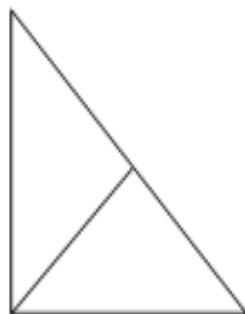


1-мысал.

Егер тік бұрышы үшбұрыштың тік бұрышынан гипотенузаға түсірілген биіктік оны 3 см, 27 см бөліктерге бөлінетін болса, онда осы биіктіктің ұзындығы қандай?

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c \quad h_c^2 = 27 \cdot 3$$



$$h = \sqrt{3 \cdot 27} = 9$$

Жауабы: 9

2-мысал.

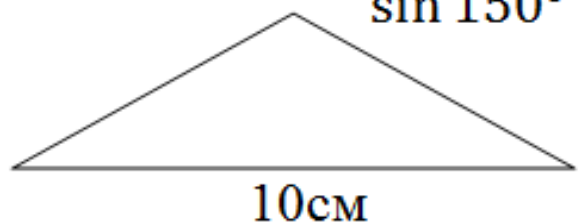
Ұшбұрыштың қабырғасы 10 см, ал оған қарсы жатқан бұрыш 150° . Осы үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

Шешуі. Синустар теоремасы бойынша:

$$\frac{a}{\sin a} = 2R, \quad 2R = \frac{10}{\sin 150^\circ};$$

$$\sin 150^\circ = \sin(180 - 30) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$R = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

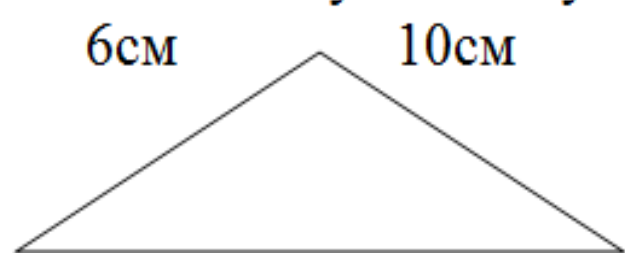


Жауабы: 10 см

3-мысал.

Егер үшбұрыштың басқа екі қабырғасы 6 см және 10 см-ге тең болса, онда 120° бұрышқа қарсы жатқан қабырғасын табыңыз.

Шешуі. Косинустар теоремасын пайдаланамыз:



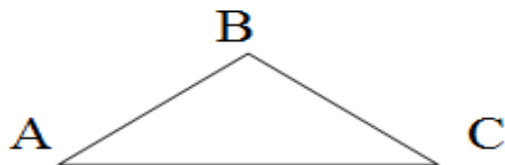
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$c = \sqrt{6^2 + 10^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{36 + 100 - 120 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{196} = 14$$

Жауабы: 14 см

4-мысал.

Үшбұрыштың бір қабырғасы 1 м, ал оған іргелес бұрыштар 30° пен 45° . Үшбұрыштың басқа қабырғаларын табыңыз.



Шешуі. $\angle B = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$

Синустар теоремасын қолданамыз:

$$\frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\sin 105^\circ}, \quad AB = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{6} + \sqrt{2}};$$

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sin 105^\circ}$$

$$BC = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}};$$

Жауабы: $\frac{2}{\sqrt{6} + \sqrt{2}};$ $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}};$

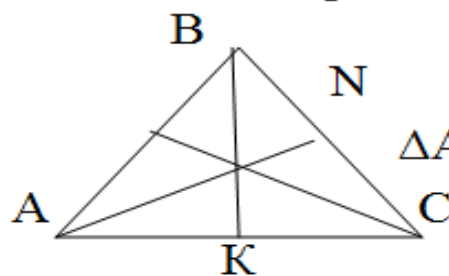
5-мысал.

Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны 32-ге тең, ал бүйір қабырғасына жүргізілген медианасы 30-ға тең.

Үшбұрыштың ауданын табыңыз.

Шешуі. $AC=32$, $AN=30$ AN -медиана BK , CD медианаларын жүргізейік.

Медианалардың қиылысу нүктелерін O деп белгілейік.



Мұнда BK әрі биіктік

$$\Delta ABK: \quad AK=16, \quad AO=\frac{2}{3}AN = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20$$
$$S_{\Delta ABC} = 6S_{\Delta AOK}$$

$$OK = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AK \cdot OK = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$$

$$S_{\Delta ABC} = 6 \cdot 96 = 576$$

Жауабы: 576

6-мысал.

Тең қабырғалы үшбұрыштың медианасы 16 см. Оның ауданының екінші тең қабырғалы үшбұрыштың ауданына қатынасына 1:25 қатынасындай. Екінші үшбұрыштың медианасы табыңыз.

Шешуі. Барлық тең қабырғалы үшбұрыштар бір біріне ұқсас болады. Сондықтан $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2$ формула

бойынша

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2, \quad \frac{1}{25} = \frac{16^2}{m^2}, \quad \frac{16}{m} = \frac{1}{5}, \quad m=80$$

Жауабы: 80 см

7-мысал.

Үшбұрыштың үшінші қабырғасы қандай аралықта жатады, егер қалған екі қабырғасы 5 пен 12 болса

Шешуі: Үшбұрыш теңсіздігін пайдаланамыз

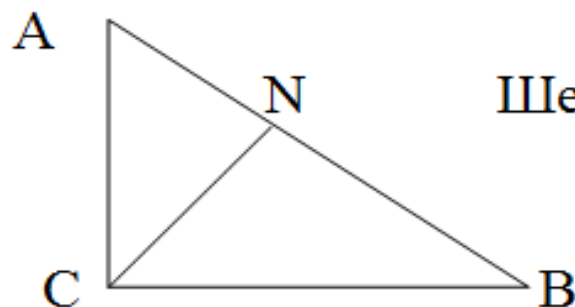
$$|a - b| < c < a + b$$

$$|5 - 12| < c < 5 + 12 \qquad 7 < c < 17$$

Жауабы: (7:17)

8-мысал.

Тік бұрышты үшбұрыштың бір катеті 20 см, ал екінші катеттің гипотенузадағы проекциясы 9 см-ге тең. Екінші катетін табыңыз.



$$AB = 16 + 9 = 25$$

Шешуі. $BC = 20$, $AN = 9$ см $BC^2 = AB \cdot BN$,
 $BN = x$ делік.

$$\text{Сонда: } 400 = (x + 9)x, \quad x^2 + 9x - 400 = 0$$
$$x = -25 \text{ бөгде, } \quad x = 16,$$

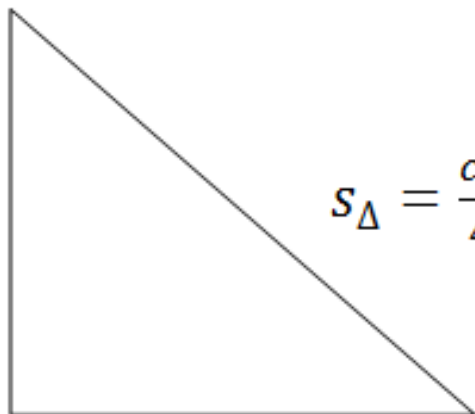
Пифагор теоремасы бойынша:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 25^2 - 20^2 = 15^2 \quad AC = 15$$

Жауабы: 15 см

9-мысал.

Тік бұрышты үшбұрыштың катеті $6\sqrt[4]{3}$ -ке, ал оған қарсы жатқан бұрышы 30° – қа тең. Үшбұрыштың ауданын табыңыз.



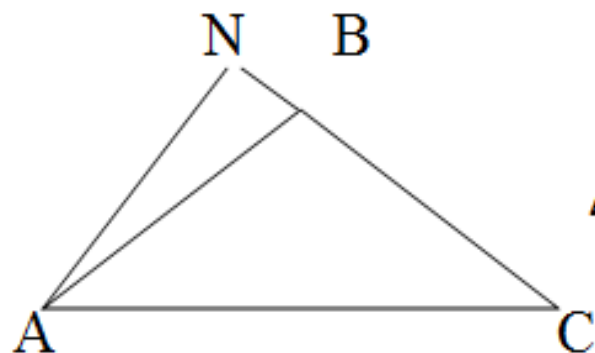
Шешуі: гипотенуза $c=2\cdot 6\sqrt[4]{3}=12\sqrt[4]{3}$

$$s_{\Delta} = \frac{c^2}{4} \sin 2a = \frac{(12\sqrt[4]{3})^2}{4} \sin 60^\circ = \frac{144\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 54$$

Жауабы: 54

10-мысал.

Табанындағы бұрышы 30° – қа тең және бүйір қабырғасына түсірілген биіктігі 3-ке тең болатын ABC тең бүйірлі үшбұрышының бүйір қабырғасын табыңыз.



Шешуі: $AN=3$ $\angle BAC=\angle BCA=30^\circ$

$$\angle ABC=180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$$

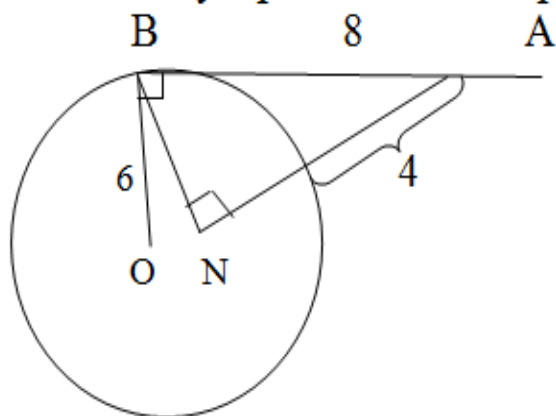
$$\angle ABN=60^\circ$$

$$\Delta ABN: \sin 60^\circ = \frac{AN}{AB}, \quad AB = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

Жауабы: $2\sqrt{3}$

11-мысал.

Центрі O нүктесінде болатын шеңберден 4 м қашықтықта жатқан A нүктесінен шеңберге жанама жүргізілген. Егер шеңбер радиусы 6 м болса, онда жанасу нүктесінен AO түзуіне дейінгі қашықтықты табыңыз.



Шешуі. $\triangle AOB$: $AB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

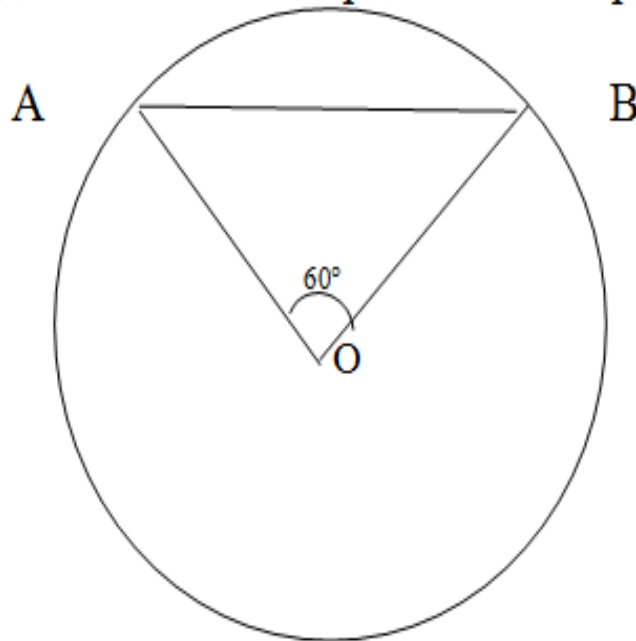
$\triangle AOB$ – тік бұрышты: $OB \cdot BA = BN \cdot OA$

$6 \cdot 8 = BN \cdot 10$, $BN = 4.8$

Жауабы: $4,8$ м

12-мысал.

Ұзындығы 32π шеңберде 60° -ты керетін хорданың ұзындығын табыңыз.



Шешуі. $\triangle AOB$ -тең қабырғалы $AO=BO$ - радиустары
 $32\pi=2\pi R$, $R=16=AO=OB=AB$

Жауабы: 16

13-мысал.

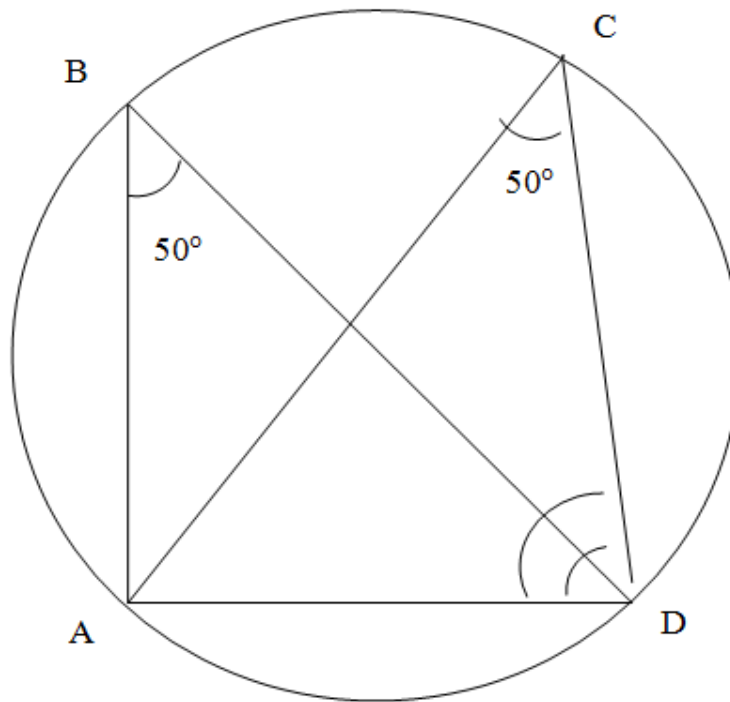
Шеңбердің AD және BD хордалары қиылысады. Егер $\angle ABD=50^\circ$, ал $\angle ADC=60^\circ$ болса, онда $\angle CAD$ бұрышын табыңыз.

Шешуі: AB, AC, DC кесінділерін жүргіземіз.

$$\angle ACD = \angle ABC = 50^\circ$$

$$\triangle ADC: \angle CAD = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$

Жауабы: 70°



14-мысал.

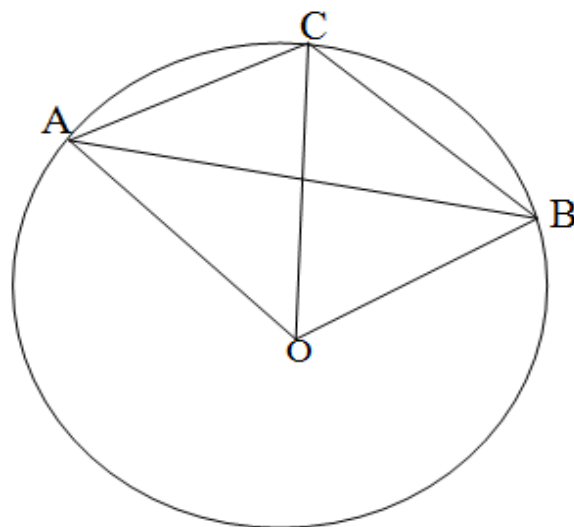
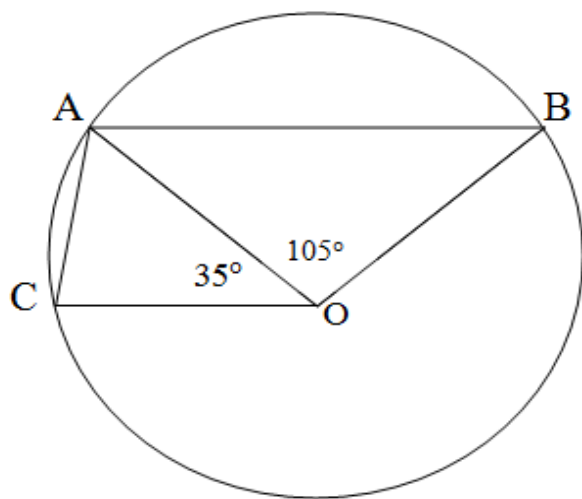
AB хордасы 105° -қа тең доғаны, AC хордасы 35° -қа тең доғаны керді. BAC бұрышын табыңыз.

$$1\text{-жағдай: } \angle OAB = \angle OBA = \frac{180^\circ - 105^\circ}{2} = 37,5^\circ$$

$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180^\circ - 35^\circ}{2} = 72,5^\circ, \angle BAC = 37,5^\circ + 72,5^\circ = 110^\circ$$

$$2\text{-жағдай: } \angle BAC = \angle OAC - \angle OAB = 72,5^\circ - 37,5^\circ = 35^\circ$$

Жауабы: 110° немесе 35°



16-мысал.

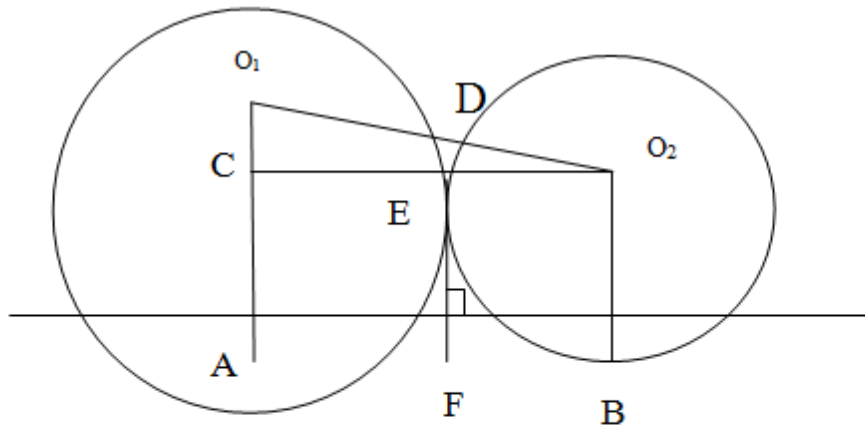
Радиустары 3см және 2см болатын екі шеңбер сырттай жанасады. Жанасу нүктесінен осы шеңберге ортақ жанамаға дейінгі қашықтықты табыңыз.

Шешуі: $O_1O_2=3+2=5$, $O_1C=3-2=1$

$$\Delta O_1O_2C \sim \Delta DEO_2: \frac{DE}{O_1C} = \frac{O_2D}{O_1O_2}, \quad \frac{DE}{1} = \frac{2}{5}$$

$$DE=0,4 \quad DF=DE+EF=0,4+2=2,4$$

Жауабы: 2,4 см



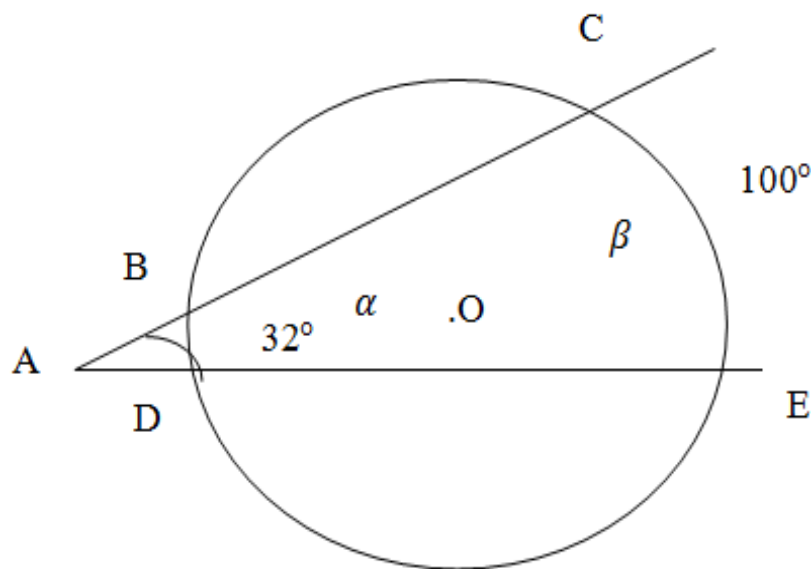
17-мысал

Шеңберден тыс жатқан нүкте арқылы шеңберден 32° жасайтын екі қиюшы жүргізілген. Шеңбердің осы бұрыштың қабырғаларының арасында шектелген үлкен доғасы 100° тең. Кіші доғаны табыңыз.

$$\text{Шешуі: } \gamma = 32^\circ, \quad \beta = 100^\circ, \quad \gamma = \frac{\beta - \alpha}{2}, \quad 32^\circ = \frac{100^\circ - \alpha}{2},$$

$$100^\circ - 64^\circ = \alpha \quad \alpha = 36^\circ$$

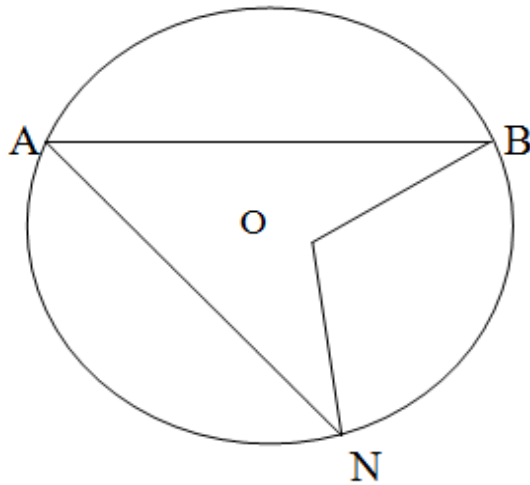
Жауабы: 36°



18-мысал

А және В нүктелері шеңберді екі доғаға бөледі, оның кішісі 140° тең, ал үлкенінің N нүктесі А нүктесінен бастап санағанда 6:5 етіп бөледі. BAN бұрышын табыңыз.

$$\begin{aligned} \text{Шешуі: } \angle AOB + \angle ANB &= 360^\circ, & 140^\circ + \angle ANB &= 360^\circ & \angle ANB &= 220^\circ, \\ 6x + 5x &= 220^\circ & x &= 20^\circ & \angle NB = \angle NOB &= 5 \cdot 20^\circ = 100^\circ \\ \angle BAN &= \frac{\angle NOB}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ \end{aligned}$$



Жауабы: 50°

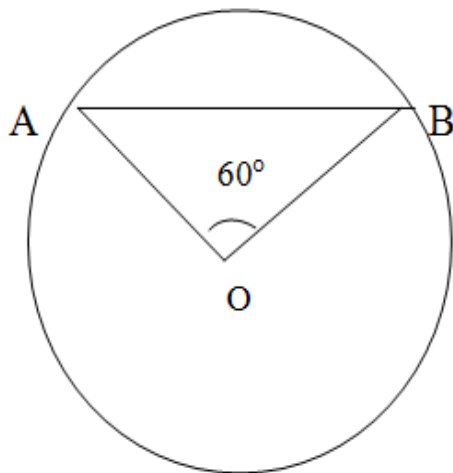
19-мысал

Дөңгелектің ауданы $9\pi\text{см}^2$ -қа тең. Іштей сызылған 60° бұрышқа сәйкес келетін доғаның ұзындығын табыңыз.

$$\text{Шешуі: } L_{\text{д}} = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot n, \quad n=60^\circ, \quad \pi R^2 = 9\pi \quad R = 3$$

$$L_{\text{д}} = \frac{\pi \cdot 3}{180^\circ} \cdot 60^\circ = \pi$$

Жауабы: π

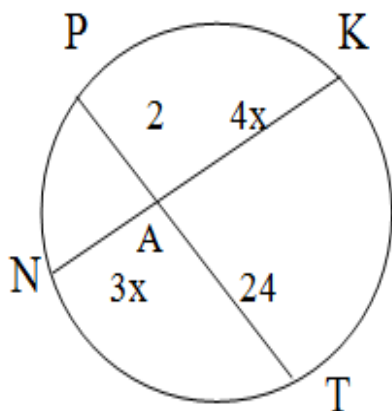


20-мысал

НК және РТ хордалары А нүктесінде кылысады егер $AP=2$, $AT=24$, $AN:KA=3:4$ болса, онда НК хордасының ұзындығын табыңыз.

Шешуі: $NA \cdot AK = PA \cdot AT$, $NA=3x$ $AK=4x$ делік
 $3x \cdot 4x = 2 \cdot 24$ $12x^2=48$ $x^2=4$, $x=2$; $NK=7x = 7 \cdot 2 = 14$

Жауабы: 14



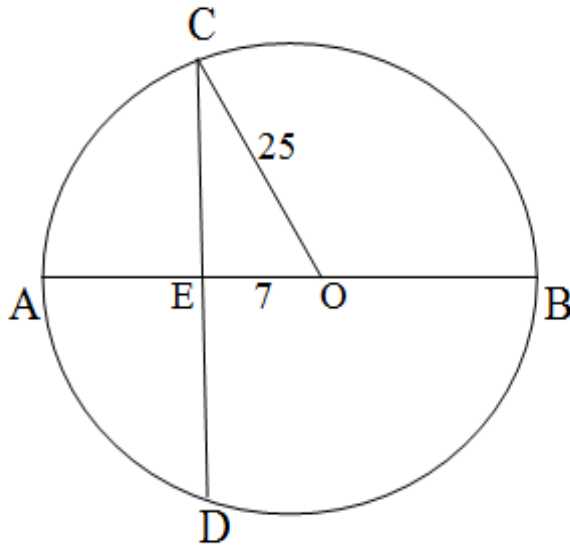
21-мысал

Шеңбердің АВ диаметріне перпендикуляр СД хордасы жүргізілген. Олардың қиылысу нүктесі диаметрін 18 және 32 кесінділерге бөледі. СД хордасының ұзындығын табыңыз.

Шешуі: $AE=18, EB=32, AB=18+32=50$ $CO=R=AO=\frac{AB}{2} = \frac{50}{2}=25,$

$EO=AO-AE=25-18=7, \triangle CEO: CE = \sqrt{25^2 - 7^2}=24, CD=2CE=2 \cdot 24 = 48$

Жауабы: 48



22-мысал

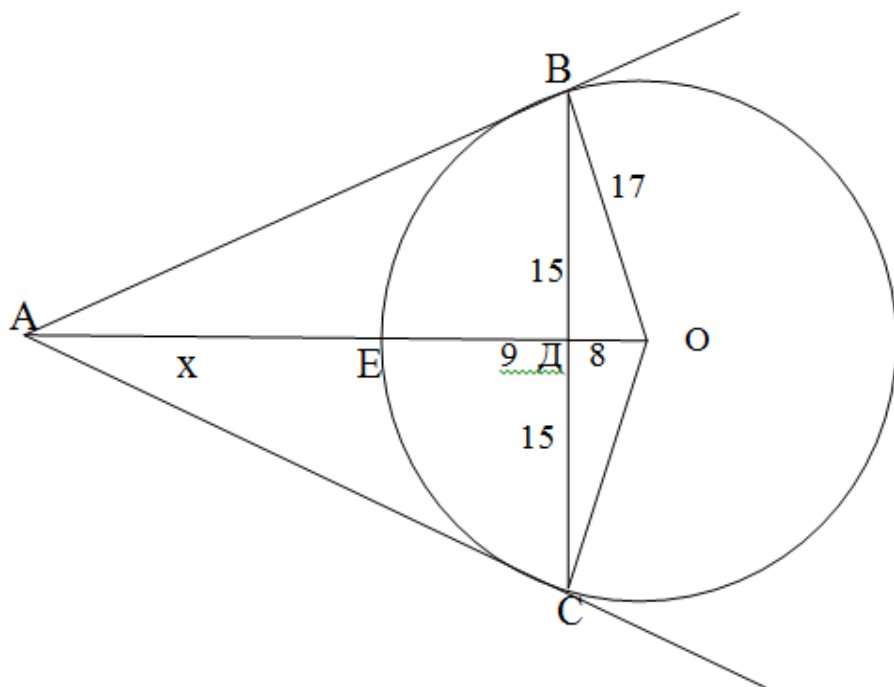
Ұзындығы 30-ға тең хорданың ұштары арқылы шеңберге А нүктесінде қиылысатын екі жанама жүргізілген. Егер шеңбердің радиусы 17-ге тең болса, онда А нүктесінен хордаға дейінгі қашықтық неге тең.

Шешуі: $BD=DC=\frac{30}{2}=15$, $\triangle BOD$: $OD = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$,

$ED=17-8=9$, $AE=x$ делік, $\triangle AOB$: $BD^2 = AD \cdot OD$, $15^2 = (x+9) \cdot 8$, $x=19,125$

$AD=x+9=19,125+9=28,125$

Жауабы: 28,125



23-мысал

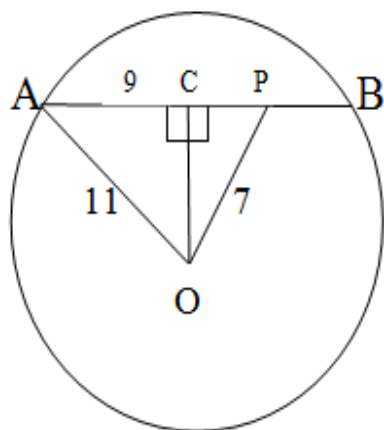
Шеңбердің центрінен 7 см қашықтықта жатқан , радиусы 11 см-ге тең дөңгелектің Р нүктесі арқылы ұзындығы 18 см-ге тең болатын хорда жүргізілген. Р нүктесі хорданы ұзындықтары қандай кесінділерге бөледі .

Шешуі: $OC \perp AB$, $AC = \frac{AB}{2} = 9$

$$\Delta AOC: CO^2 = 121 - 81 = 40, \quad \Delta COP: CP = \sqrt{49 - 40} = 3$$

$$AP = AC + CP = 9 + 3 = 12, \quad PB = AB - AP = 18 - 12 = 6$$

Жауабы: 12см,6см



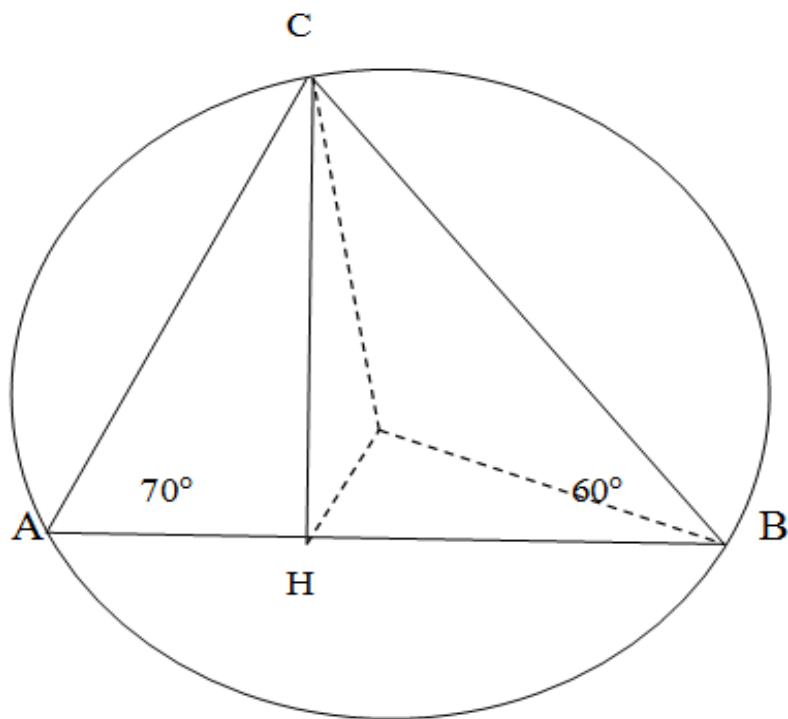
24-мысал

Шеңберге іштей ABC үшбұрышы сызылған. Егер CH биіктік болса, және $\angle B = 60^\circ$, $\angle A = 70^\circ$ болса $\angle OCH$ табыңыз. O -шеңбердің центрі.

Шешуі : $\angle COB = 2 \cdot \angle CAB = 2 \cdot 70^\circ = 140^\circ$

$\angle OSB = \angle OBC = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$ $\triangle CBH$: $\angle HCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\angle OCH = \angle HCB - \angle OSB = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$



Жауабы: 10°

25-мысал

Шеңбердің бір нүктесінен диаметр (AB) және хорда (AC) жүргізілген .
Хорданың ұзындығы 30-ға тең ,ал оның диаметрге түсірілген проекциясы
шеңбердің радиусынан 7-ге кіші. Шеңбердің радиусын табыңыз.

Шешуі: ABC-тік бұрышты , себебі $\angle ACB$ AB диаметрін кереді. AC=30
катеті, AD =R-7 проекциясы. ΔABC : $AC^2=AD \cdot AB$, $30^2=(R-7) \cdot 2R$,
 $900=2R^2 - 14R$, $450=R^2 - 7R$, $R^2 - 7R - 450=0$, $R_1=25$ $R_2 = -18$

Жауабы : 25

