

## Логикалық есептер.

Белгілі бір заңдылық бойынша жазылған сандарды табу.

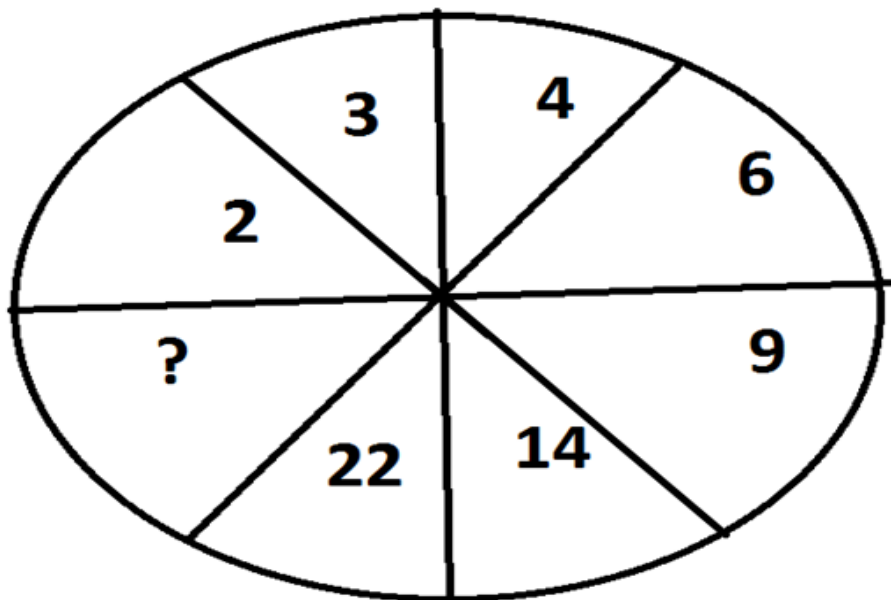
**1-мысал:** 200;100;300;75... келесі санды табыңыз.

Шешіуі: Алғашқы екі санды қоссақ үшінші сан шығады , ал үшінші мен төртінші санды қоссақ бізіндеген сан шығады , сонда

$$300+75=375$$

Жауабы: 375

**2-мысал:** Шеңбер ішіндегі сандар белгілі бір заңдылықпен орналасқан. Сұрақ белгісінің орнына сәйкес келетін санды табыңыз.



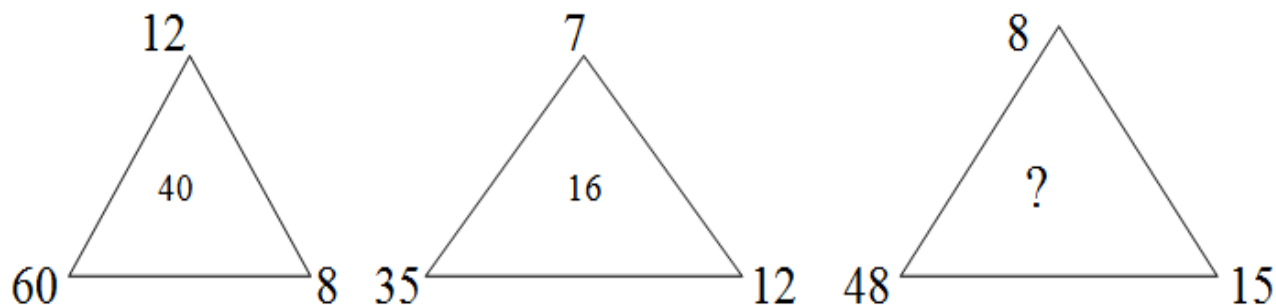
Шешуі: Берілген шеңбердегі заңдылық мынадай :

$$2+3-1=4, 3+4-1=6, 6+9-1=14$$

$$22+14-1=35$$

Жауабы: 35

**3-мысал :** Сұрақ белгісінің орнына қандай сан сәйкес келетінің анықтаңыз:



**Шешуі:** Бірінші үшбұрыштың заңдылығын қарастырайық :

$$60-(12+8)=40;$$

Екінші үшбұрыштың заңдылығын қарастырайық

$$35-(7+12)=16$$

Онда  $48-(8+15)=25$

Жауабы: 25

**4-мысал:** Сандар қандай да бір заңдылыққа бағынады. Сұрақ белгісінің орнында тұрған сан:

25

78

32

91

43

425

4964

94

811

?

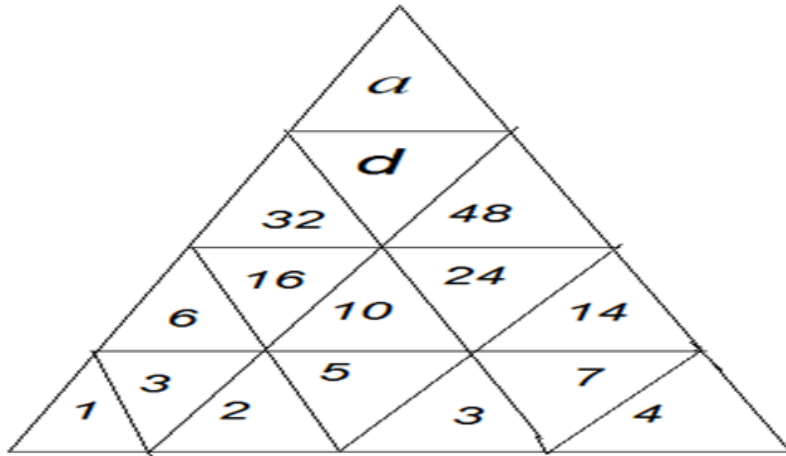
**Шешуі:**  $2^2=4, 5^2=25, 25 : 425 ;$   $7^2=49, 8^2=64, 78 : 4964$

$3^2=9, 2^2=4, 32 : 94 ;$   $9^2=81, 1^2=1, 91 : 811$

Онда  $4^2=16, 3^2=9, 43 : 169$

Жауабы: 169

5-мысал: Сандар белгілі бір заңдылықпен берілген.  
 $a+b=?$



$$\begin{aligned}1+2=3, \quad 2+3=5, \quad 3+4=7; \\1+3+2=6, \quad 2+5+3=10, \quad 3+7+4=14; \\6+10=16, \quad 10+14=24; \\6+16+10=32, \quad 10+24+14=48; \\b=32+48=80 \\a=32+80+48=160 \\a+b=160+80=240\end{aligned}$$

Жауабы: 240

**6-мысал:** Сандар қатары қандай да бір заңдылықпен берілген.

Сұрақ белгісінің орнына қандай сан жазылуы керек

14(625)11; 12(196)2; 10( )5

**Шешуі:**  $14+11=25$ ,  $25^2=625$ ;

$12+2=14$ ,  $14^2=196$ ;

$10+5=15$ ,  $15^2=225$

Жауабы: 225

**7-мысал:** 1,4,10,x,y,94 тізбегі белгілі бір заңдылықпен жазылған, у-х айырмасын табыңыз.

**Шешуі:**  $1 \cdot 2 + 2 = 4$ ;  $4 \cdot 2 + 2 = 10$ ;  $x = 10 \cdot 2 + 2 = 22$ ;  $y = 22 \cdot 2 + 2 = 46$ ;

$46 \cdot 2 + 2 = 94$ ;

$y - x = 46 - 22 = 24$

Жауабы: 24

**8-мысал:** Натурал сандар қатары бір заңдылықпен берілген \*  
белгісінің орнына қандай натурал сан сәйкес келеді 5;7;11;19;35;\*

**Шешуі:**  $5+2^1=7$ ;  $7+2^2=11$ ;  $11+2^3=19$ ;  $19+2^4=35$ ;  $*=35+2^5=67$

Жауабы: 67

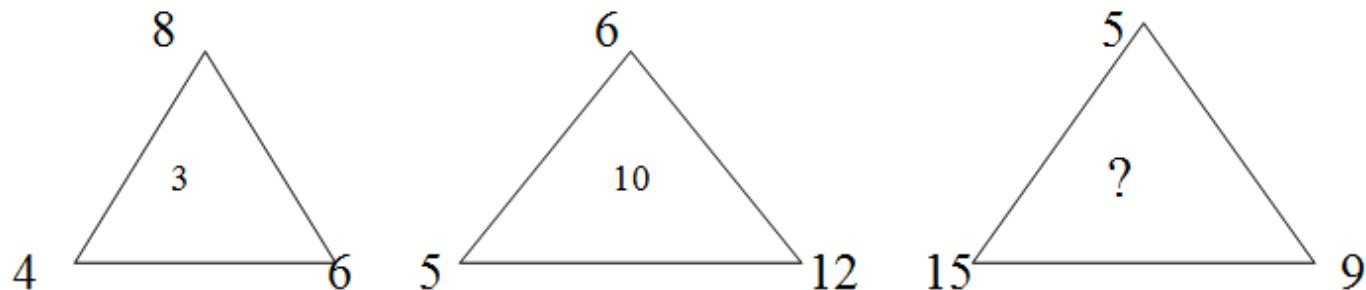


**9-мысал:** 11, 8, 13, 10, 15, \* натурал сандар қатары белгілі бір заңдылықпен берілген. \* белгісінің орнына қандай сан сәйкес келеді.

**Шешуі:**  $11+2=13$ ;  $8+2=10$ ;  $13+2=15$ ;  $*=10+2=12$

Жауабы: 12

**10-мысал:** Сандар белгілі бір арифметикалық заңдылықпен берілген. Сұрақ белгінің орнындағы санды табыңыз:



**Шешуі:** Бірінші үшбұрыштың заңдылығын қарастырайық :

$$4 \cdot 6 = 24 \quad \frac{24}{8} = 3;$$

Екінші үшбұрыштың заңдылығын қарастырайық

$$5 \cdot 12 = 60 \quad \frac{60}{6} = 10;$$

$$\text{Онда: } 15 \cdot 9 = 135 \quad \frac{135}{5} = 27$$

Жауабы: 27

**11-мысал:** 3,4,5,11,14,\* натурал сандар қатары белгілі бір заңдылықпен берілген. \* белгісінің орнына қандай сан сәйкес келеді.

**Шешуі:**  $3^2-4=5$ ;  $4^2-5=11$ ;  $5^2-11=14$ ;  $11^2-14=107$

Жауабы: 107

## Цифрлар және сандар туралы есептерді шешу.

**1-мысал:** 200 –ден 401-ге дейінгі натурал сандар арасында толық квадрат бола алатын қанша сан бар екенін анықтаңыз.

Шешуі:  $15^2 = 225, 16^2 = 256, 17^2 = 289, 18^2 = 324, 19^2 = 361, 20^2 = 400$

Жауабы: 6

**2-мысал:** Кітаптың беттерін нөмерлеу үшін 2322 цифр қолданылды. Нөмірлеу 1-ден басталса кітапта қанша бет болғанын анықтаңыз. Шешіуі: Берілген цифрдың алғашқы 1-ден 9-ға дейінгі цифрлары 9 бет, ал 10-нан 99-ға дейінгі цифрлары 90 бет, 100-ден 2322 –ге дейінгі цифрлары  $x$  бет құрады. Мынадай теңдеу құрамыз:

**1-ші тәсіл**

$$1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot x = 2322$$

$$3x = 2322 - 189$$

$$3x = 2133$$

$$x = 711$$

$$\text{Сонда } 9 + 90 + 711 = 810 \text{ бет}$$

**2-ші тәсіл** **Формула  $3n - 108 = x$** , мұндағы  $n$  кітаптағы бет саны  $x$ - нөмерлеу үшін қолданылатын цифр

$$\text{Сонда } 3n - 108 = 2322$$

$$3n = 2430$$

$$n = 810$$

Жауабы: 810 бет

**3-мысал:** Кітаптың беттерін нөмерлеу үшін 688 цифр қолданылды. Кітаптың номері үшінші бетінен басталады. Кітапта барлығы неше бет барын анықтаңыз.

**Шешуі:** Формуланы қолданамыз  $3n-108=x$ ,

$$3n-108=688, \quad 688+2=\underline{690}, \quad 3n=690+108=798, \quad n=\frac{798}{3}=266$$

Жауабы: 266 бет

**4-мысал:**  $7^{100}$  саны қандай цифрмен аяқталады.

**Шешуі:**  $7^1=7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401, 7^5=16807$  екендігі белгілі.

7-ні дәрежелегенде сандардың соңғы цифрлары 7,9,3,1,7...

заңдылығы бойынша құралады. Сонда 4 саннан кейін қайталанады:

$$100 = 25 \cdot 4$$

$7^{100}$  1 цифрымен аяқталады

Жауабы: 1

**5-мысал:**  $5^{100}$  саны қандай цифрмен аяқталады.

**Шешуі:**  $5^1=5, 5^2=25, 5^3=125, 5^4=625, 5^5=3125$  екендігі белгілі.

5-ті дәрежелегенде сандардың соңғы цифрлары 5,... заңдылығы бойынша құралады. Сонда 4 саннан кейін қайталанады:  $100 = 25 \cdot 4$   
 $5^{100}$  5 цифрымен аяқталады

Жауабы: 5



**6-мысал:** Кітаптің 60 парағының қалыңдығы 1 см екендігі белгілі.  
Сол кітаптың 240 бетінің қалыңдығы қандай болады?

**Шешуі:** 60 парақта 120 бет бар 240 бетте 120 парақ . Сол себепті  
240 беттің ұзындығы 2см болады.

Жауабы: 2 см.

**7-мысал:** А,В,С-әртүрлі оң цифрлар. Сонымен қатар  
 $ABC \cdot ABC = 207936$  Бұл цифрлардың көбейтіндісін табыңыз.  $A \cdot B \cdot C =$

**Шешуі:**  $ABC \cdot ABC = 207936$      $ABC = 456$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$$

Жауабы: 120.

**8 -мысал:** Егер  $5^m=x$ ,  $5^n=y$  болса, онда  $5^{2n-m}$  нің мәнін табыңыз.

**Шешуі:**  $5^{2n-m} = \frac{5^{2n}}{5^m} = \frac{(5^n)^2}{5^m} = \frac{y^2}{x}$

Жауабы:  $\frac{y^2}{x}$

**Теңдеулер немесе теңдеулер жүйелерін құруға берілген есептерді шешу.**

**1-мысал:** Алдар көсе бір байдың үйіне жұмысқа жалданады. Бір жылдық жұмыс істегені үшін 1 жылқы және 10000 теңге алу керек болатын, бірақ ол 7 айдан кейін істегесі келмей, жұмыстан кетті. Өзімен 1 жылқы және 2000 теңге алып кетеді. 1 жылқының құны қанша.

**Шешуі:** айына алатын жалақысы  $x$ , ал жылқының құны  $y$  деп

белгілейік. Сонда 
$$\begin{cases} 12x = y + 10000 \\ 7x = y + 2000 \end{cases}$$

$$x = \frac{y+2000}{7}, \quad 12 \cdot \frac{y+2000}{7} = y+10000 \quad y=9200$$

Жауабы: 9200

**2-мысал:** Айтбай орманнан жаңғақ теріп әкелді. Жаңғақтың жартысын ол қарындасына берді, ал қалғанының жартысын інісіне берді. Осыдан кейін Айтпайда 25 жаңғақ қалды. Айтбай орманнан неше жаңғақ әкелген.

**Шешуі:** Теңдеу құрамыз:  $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 25$

$x = 100$

Жауабы: 100

**3-мысал:** Жанардың және оның жанұясындағы 4 адамның жастарының қосындысы 3 жылдан кейін 154 болады. 6 жылдан кейін олардың жастарының қосындысы қанша болады.

**Шешуі:**

$$\begin{cases} x + 3 + y + 4 \cdot 3 = 154 \\ x + 6 + y + 6 \cdot 4 = z \end{cases}$$

$$x + y + 15 = 154$$

$$x + y = 154 - 15$$

$$x + y = 139$$

$$z = x + y + 24 + 6 = x + y + 30 = 139 + 30 = 169$$

Жауабы: 169

**4-мысал:** Мұғалім сынып оқушыларын түгелдеп болған соң: «Сыныптың  $\frac{1}{5}$ -і жоқ», -деп хабарлады. 5 минуттан кейін тағы бір оқушы кешігіп келгенде «енді сыныптың  $\frac{1}{6}$ -і жоқ», -деді. Сыныпта қанша оқушы бар.

бар		жоқ
$\frac{4}{5}X$		$\frac{1}{5}X$

жоқ		бар
$\frac{1}{5}X - 1$		$\frac{5}{6}X$

$$\frac{4}{5}X + \frac{1}{5}X = \frac{1}{5}X - 1 + \frac{5}{6}X$$

$$\frac{4}{5}X + \frac{1}{5}X - \frac{1}{5}X - \frac{5}{6}X = -1$$

$$\frac{24+6-6-25}{30}X = -1$$

$$-\frac{1}{30} = -1$$

$$X = 30$$

Жауабы: 30

**5-мысал:** Ғалым бір жәндіктің әрбір минутта сондай екі жәндікке бөлініп көбейетінін анықтады. Бір жәндік осылайша көбейіп, ыдысты 10 минутта толтыратын болса, сол ыдысты екі жәндік неше минутта толтырады.

**Шешуі:**  $n$  минуттан кейінгі жәндіктер саны геометриялық прогрессияның  $n$ -ші мүшесін табу формуласымен табылады

$$b_n = b_1 \cdot g^{n-1} .$$

10 минуттан кейінгі жәндіктер саны  $b_1=2, n=10, b_{10} = 2 \cdot 2^9=1024$ .

Екі жәндіктің әрқайсысы  $\frac{1024}{2}=512$  жәндікпен толтырады. Сонда 1 жәндік 9 минутта 512 жәндік болып көбейеді. Сол ыдыста екі жәндік 9 минутта толтырады.

Жауабы: 9 минут



**6-мысал** : Әкесі балаларына табын сиырды тең бөліп береді. Ең үлкен ұлына 1 сиыр мен қалған сиырлардың жетіден бір бөлігін , екіншісіне 2 сиыр мен қалған сиырлардың жетіден бір бөлігін , үшіншісіне 3 сиыр мен қалған сиырлардың жетіден бір бөлігін, төртіншісіне 4 сиыр мен қалған сиырлардың жетіден бір бөлігін және т.с.с. бөлді, сөйтіп табын сиырды ұлдарына қалдықсыз теңдей етіп бөліп берді. Әкесінің неше ұлы және қанша сиыры болған.

**Шешуі:** Есептің шартына сәйкес : Үлкен баласына :  $1 + \frac{x-1}{7} - \frac{x+6}{7}$

2-ші баласына :  $2 + (x - \frac{x+6}{7} - 2) \cdot \frac{1}{7}$  сиырдан бөлді.

Әр баласына теңдей етіп бөлгендіктен , екеуін теңестіреміз:

$$\frac{x+6}{7} = 2 + (x - \frac{x+6}{7} - 2) \cdot \frac{1}{7}, \quad \frac{x+6}{7} - (x - \frac{x+6}{7} - 2) \cdot \frac{1}{7} = 2,$$

$$x+6 - x + \frac{x+6}{7} + 2 = 14, \quad \frac{x+6}{7} + 8 = 14, \quad \frac{x+6}{7} = 14 - 8, \quad \frac{x+6}{7} = 6, \quad x+6 = 42, \quad x = 42 - 6 = 36$$

$x = 36$  сиырдан болған . Әр баласына  $\frac{36+6}{7} = 6$  сиырдан бөліп алған.

Жауабы: 36 сиыр, 6 бала.

**7-мысал:** Үй салатын кірпіштің салмағы 4 кг. Бір материалдан соғылған, бірақ одан барлық өлшемі 4 есе кіші ойыншық кірпішінің салмағы қанша болады?

**Шешуі:** Көлемінің тығыздығына қатынасы салмағы ретінде есептеледі. Бір материалдан соғылғандықтан көлемі 64 есе кіші, өйткені әрбір үш өлшем 4 есе кіші. Демек, салмағы да 64 есе аз.

$$\frac{4}{64} = 0,0625 \text{ кг}$$

Жауабы: 62,5г

**8-мысал:** Лотореяда әрбір 1000 билетке 25 ұтыс шығады. Бір билеті бар адамның ұтысқа шығуының ықтималдығы қандай?

**Шешуі:** 1000 билеттен бір билеті бар адамның ұтысқа шығуының ықтималдығы  $1 \text{ билет} = 1 / 1000 = 0,001$  ( ол 0,1 % )

Егер 25 ұтыс шығатын болса ұтысқа шығуының ықтималдығы  
 $1 \text{ билет} = 1 * 25 / 1000 = 0,025$   
25/1000

Жауабы: 0,025

**9-мысал:** Футбол жарысында 17 команда қатысқан. Әр команда қалғандарымен екі рет ойнауы керек: өз алаңында және қарсыласының алаңында. Турнирде қанша матч жүргізілген?

**Шешуі:** арифметикалық прогрессиясының қосындысын

формуласын қолданып  $S = \frac{1+16}{2} \cdot 16$   $S = 136$   $136 \cdot 2 = 272$

немесе  $(16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1) \cdot 2 = 272$  матч

Жауабы: 272 матч

**10-мысал:** Таразы басында үш қарбыз , бір асқабақтың салмағы он екі қауынның салмағына тең. Бір асқабақтың салмағы бір қарбыз бен сегіз қауынның салмағына тең болды. Бір асқабақ неше қауынмен теңеседі?

**Шешуі:** Қарбыз салмағы-  $x$  , асқабақ салмағы-  $y$  , қауын салмағы-  $z$  дедік. Үш айнымалысы бар теңдеулер жүйесін

құрамыз. 
$$\begin{cases} 3x + y = 12z \\ x + 8z = y \end{cases}, x=y-8z, \text{ өрнектеп бірінші теңдеуге апарып}$$

қоямыз:

$$3(y-8z)+y=12z, 4y=12z+24z, 4y=36z, y=9z$$

Жауабы: 9

**Сәйкестендіруге және комбинаторика элементтеріне берілген есептерді шешу.**

**1-мысал :**Баспалдақтың екеуін бірден аттағанда, біреуден аттағаннан гөрі 10 адым кем болды. Сонда неше басқыш болғанын анықтаңыз.

**Шешуі:** n- басқыштар саны делік,

$$2n=n+10$$

$$n=10$$

$$2n=20$$

Жауабы: 20

**2-мысал:** Жұлдызқұрт ағашта өрмелеп барады. Алғашқы бір сағатта ол 10см жоғары көтеріледі, екінші сағатта 4 см төмен түсті, үшінші сағатта қайтадан 10см көтеріліп, төртінші сағатта 4 см төмен түсті. 11 сағаттан соң жұлдызқұрт неше см көтерілді.

**Шешуі:** жұлдызқұрт 2 сағатта 6 см көтерілді, ал 10 сағатта  $5 \cdot 6 = 30$  см, тағы 1 сағат тек көтеріледі. Сонда 11 сағатта -40см көтеріледі.

Жауабы: 40см

**3-мысал :** Мектеп оқушыларының 115-і көлге, 138-і орманға саяхатқа шығу үшін автобуска тапсырыс берді. Автобустағы орындардың бәріне оқушылар толықтай сыйды, бірде-бір орын қалған жоқ. Неше автобуска тапсырыс берілген?

**Шешуі:** Есептің шарты бойынша мектепте  $115+138=253$  болды.

253-ке қалдықсыз бөлінетін сан  $11 \cdot \frac{253}{11} = 23$

Жауабы: 11 автобус



**4-мысал:** Мұхтардың қолында 6 құлып және оларға дәл келетін 6 кілт бар. Кілттердің құлыптарға дәл келетіндігін анықтау үшін қанша санау жүргізу қажет.

**Шешуі:** 6 құлыпты тексеру үшін 5 кілтті тексерсек жеткілікті. 5 құлып үшін 4 кілт және т.с. сияқты.

Сонда  $5+4+3+2+1=15$

Жауабы: 15

**5-мысал:** Абылай, Бекзат, Санжар, Дархан (қысқаша А, Б, С, Д) аулаған балықтарын өлшеп еді, былай болды:

1. Д С-ға қарағанда көп аулады.

2. А мен Б бірігіп С мен Д-ға қарағанда көп аулады.

3. Ал А мен Д бірігіп Б мен С-ға қарағанда аз аулады.

Өлшеу нәтижесін кему ретімен көрсетіңіз.

**Шешуі:** Теңсіздіктер жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} D > C \\ A + B > C + D \\ A + D < B + C \end{cases} \quad \begin{cases} D - C > 0 \\ A + B - C - D > 0 \\ B + C - A - D > 0 \end{cases}$$

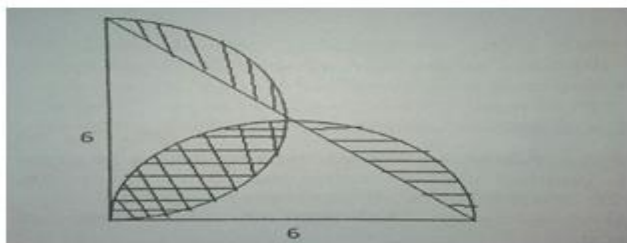
Екінші және үшінші теңсіздікті қосамыз.

$2B > 2D$ ,  $B > D$  болғандықтан  $B > C$ , енді бірінші және үшінші теңсіздіктерді қосамыз  $B > A$ ,  $B > D$  және  $C > A$  теңсіздікті қосқанда  $B + C > A + D$  сондықтан,  
 $B > D > C > A$

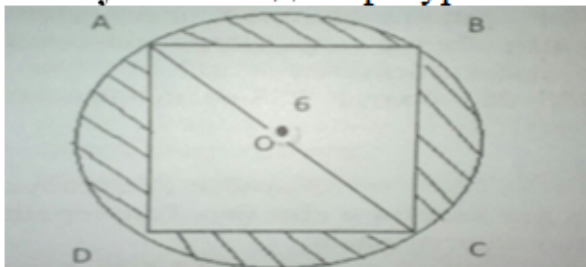
Жауабы: БДСА

Геометриялық фигуралармен , кестедегі мәліметтермен байланысты есептерді шешу.

1-мысал : Төмендегі фигураның штрихталған бөлігінің ауданын табыңыз, мұндағы жарты шеңбердің диаметрлері өзара перпендикуляр.



**Шешуі:** Төмендегі фигураны былай орналастырамыз:



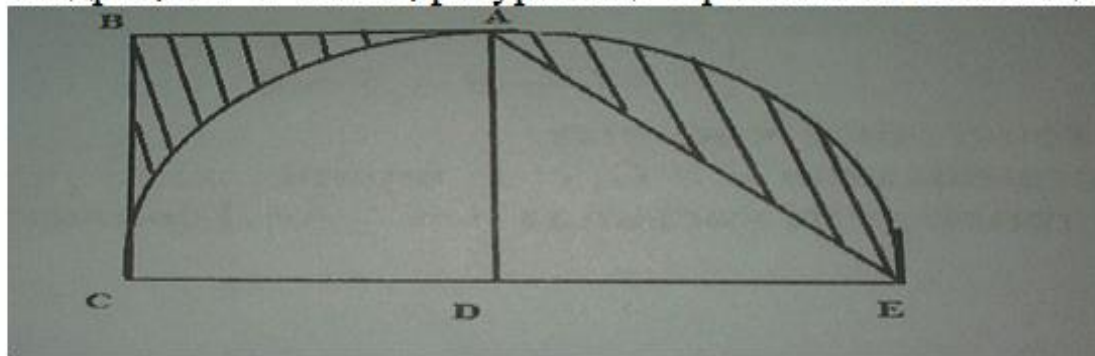
Сонда штрихталған фигураның ауданы  $S = S_{\text{ш}} - S_{\text{кв}}$   $S = \pi R^2 - a^2$

$$R_{\text{ш}} = \frac{6}{2} = 3, S = \pi 3^2 = 9\pi$$

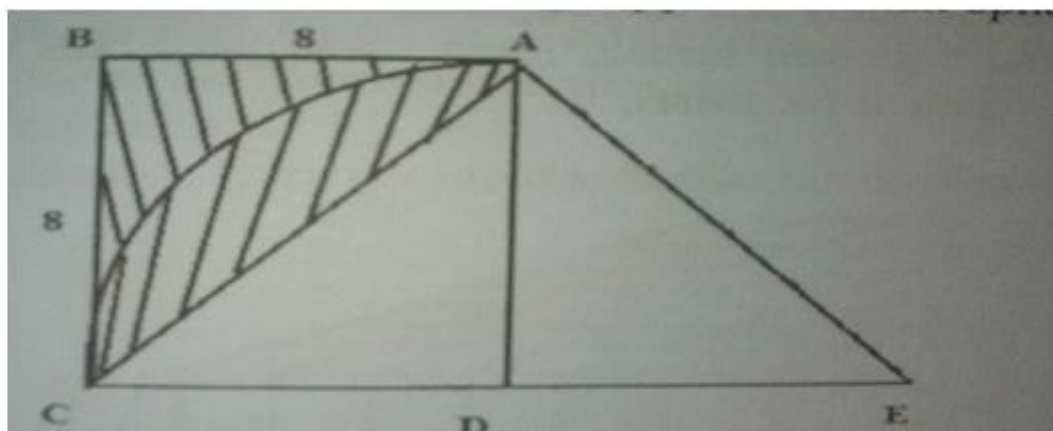
Енді квадраттың ауданын табайық,  $AB = x$   
 $x^2 + x^2 = 36, x = 3\sqrt{2}, a^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18 \quad S = 9\pi - 18$

Жауабы:  $9\pi - 18$

2-мысал: САЕ- жарты шеңбер АДЕ-теңбүйірлі тік бұрышты үшбұрыш.АВСД-квадрат, АВ=8 болса ,фигураның штрихталған бөлігінің ауданын табыңыз.



Шешуі: Төмендегі фигураны былай орналастырамыз:

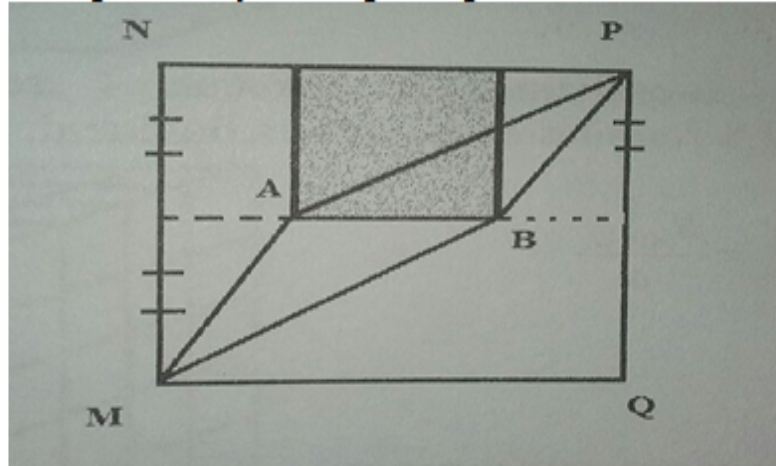


Сонда , штрихталған фигураны квадраттың жартысы, яғни тікбұрышты теңбүйірлі үшбұрыш.

$$S = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$$

Жауабы: 32

**3-мысал:** MNPQ-қабырғасы 6 см –ге тең квадрат. А мен В квадратты ортасынан қақ бөлетін түзу бойында, орналасқан нүктелер МАР және МВР сынығы квадратты аудандары бірдей 3 бөлікке бөледі. АВ-ның ұзындығын тап.



Шешуі:

$$S_{MNPQ} = 6^2 = 36$$

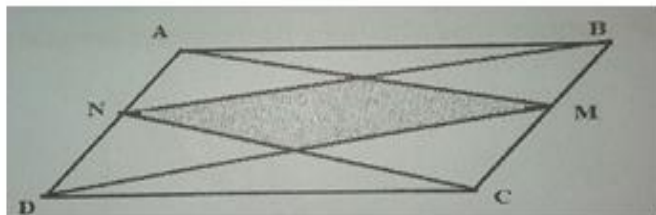
$$S_{MNPA} = S_{MAPB} = S_{MBPQ} = \frac{36}{3} = 12$$

$$S_{\Delta APB} = \frac{S_{MAPB}}{2}, S_{\Delta APB} = \frac{12}{2} = 6, S_{\Delta APB} = \frac{AB \cdot PD}{2}, 6 = \frac{AB \cdot PD}{2}, PD = \frac{6}{2} = 3, \frac{AB \cdot 3}{2} = 6, AB = 4$$

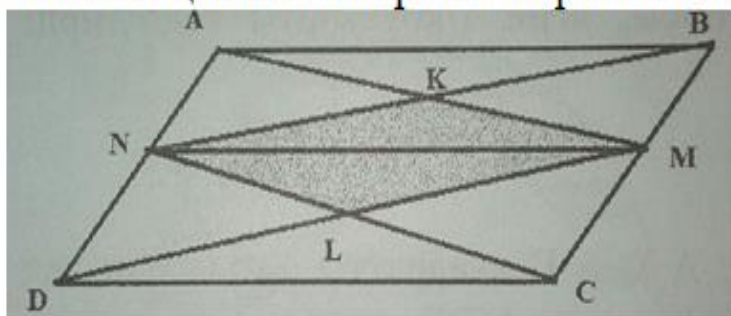
Жауабы: 4 см



**4-мысал:** М мен N –ABCD параллелограмына BC мен AD қабырғаларының ортасы болсын.Егер ABCD параллелограмының ауданы S-ке тең болса, онда AM,MD, BN және NC түзулерімен жасалған төртбұрыштың ауданын табыңыз.



**Шешуі:** ABCD параллелограмына NM кесіндісін қоссақ NABM және DNMC болып теңшамалы параллелограмға бөлінеді

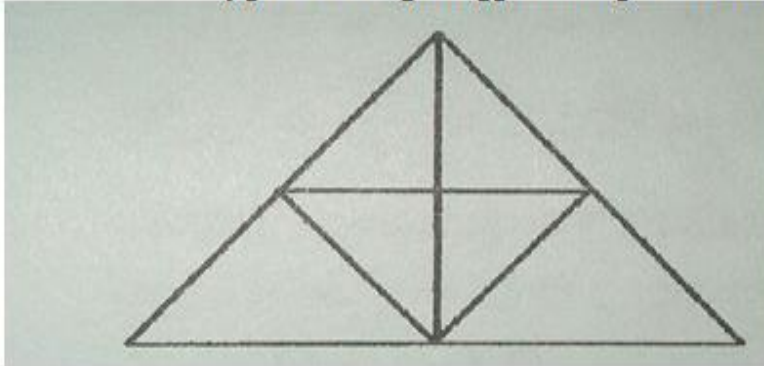


NABM параллелограмын диагональдары арқылы 4 тең шамалы үшбұрыштарға бөлінеді, сондықтан ABCD 8 тең шамалы ауданға бөлінеді.

$$S_{NKML} = \frac{2}{8} \cdot S_{ABCD} \quad S_{NKML} = \frac{S_{ABCD}}{4}$$

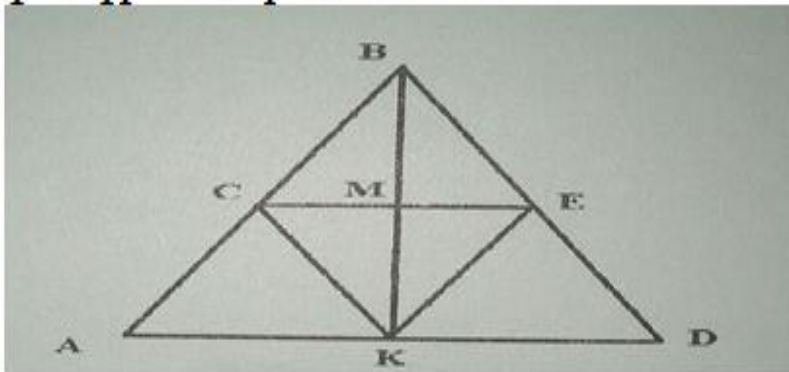
Жауабы:  $\frac{S}{4}$

5-мысал: Суреттегі үшбұрыштар саны қанша



Шешуі: Үшбұрыштардың санын анықтау үшін белгілеу

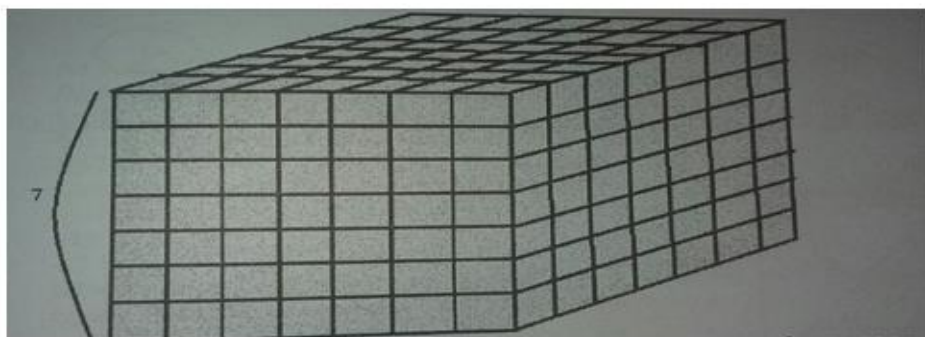
енгізейік:  $ABD, ACK, CMK, CBM, BEM, MEK, KED, ABK, KBD, CBK, BEK$ -  
үшбұрыштары.



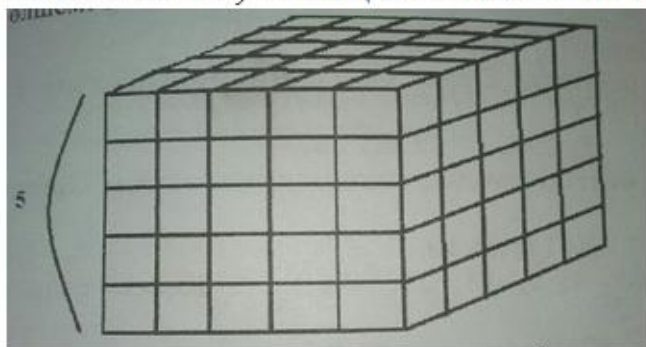
Жауабы: 11

**6-мысал:** Өлшемі 7 см –ге тең кубтың әрбір қырын ұзындығы 1 см-ге тең бөліктерге бөлінген. Текшенің барлық жағын бояған. Осы текшедегі боялмаған текшелердің санын табыңыз.

Шешуі: Есептің шарты бойынша сызбасын саламыз



Боялған бөлігін алып тастадық делік , сонда текшенің қалған бөлігі боялмаған , оның өлшемі 5 см болады.



Сонда боялмаған текшелер саны  $5^3=125$

Жауабы: 125